

情報量次元と確率次元による時空の構成論

——重力の弱さ・臨界次元・ホログラフィック還元——

高橋数理研究所¹

2026 年 8 月

抄録. 本稿は複素情報理論 [1,2] と対数航行 [3,4] の枠組みを、時空の次元そのものに適用する。出発点は万有引力の法則を面積の形に書き直した $SF = \Lambda Mm$ 、および $F = ma$ による $Sa = \Lambda M$ である。後者はガウスの法則にほかならず、相手方の質量しか含まないから、重力は最初から境界データである。この面積形式を高次元へ延ばすと観測される重力定数は隠れた境界の胞数 W で希釈され、希釈率 $p_G = 1/W$ は「確率は面積」の意味での確率そのものになる。ゆえに重力の弱さの対数と形の種類の多さの対数は同一の量 $I_G = \log W$ であり、両者が対数で結ばれるのは、多さも弱さも乗法的で情報だけが加法的だからである。つづいて、確率 p と情報量 μ が要求する実次元をそれぞれ確率次元 d_P 、情報量次元 d_I と呼び、次元公式 $D = d_I + d_P = 3 + 2n$ を得る。定義 1「確率は二次元の面積」が単一事象と事象系の双方に無矛盾に成り立つのは $n = 3$ に限り、局所の数え上げ $3n$ と大域の数え上げ $3 + 2n$ が一致するのも $n = 3$ に限る。ゆえに臨界次元は $D = 9$ (時空 10) である。さらに、重力理論と非重力理論を隔てるのは情報量次元ちょうど一本であること ($-\log$ は余次元 1 の符号化) を示し、確率は有界ゆえコンパクト＝空間的、情報は非有界ゆえ非コンパクト＝時間的という符号の規則を与える。最後に三つの帰結を得る。時間が一次元であるのは情報量が加法的で複素平面が一枚だからであり ($\dim U(1) = 1$)、ホログラフィックな梯子は d_I 段あって底は $d_P = 2n$ であり、Bekenstein-Hawking の係数 $1/4$ は確率次元における公正な確率 $(1/2)^2$ であってそれゆえ時空次元に依らず普遍である。恒等式はすべて多倍長数値で検算した。実証については何も主張しない。

キーワード: 確率の面積性, 情報量次元, 確率次元, 対数航行, 次元公式, 臨界次元, ホログラフィック還元, 重力の弱さ, 有償と無償, Bekenstein-Hawking 係数, 知識の流出

1. 序：位置づけと方法

1.1 主題

本シリーズ [1-4] は「確率は二次元の面積、情報量は一次元の時間、複素情報は半径と角度に分かれる」という一枚の図式を用いてきた。半径が大きさ・情報・確度を、角度が位相・知識・回転・型を担う [3, §1]。

この図式はこれまで、エントロピー・ゲージ原理・ニューラルネット・注意温度・ゼータ関数へ適用されてきた。本稿が問うのはより素朴なことである——この図式は、時空が何次元であるかについて何を言うか。

出発点は初等的である。万有引力の法則 $F = GMm/r^2$ の r^2 を球面の面積 $S = 4\pi r^2$ と読み替えると

$$SF = 4\pi G Mm \equiv \Lambda Mm, \quad \text{さらに } F = ma \text{ で } Sa = \Lambda M.$$

後者に自分の質量 m は現れない。重力は最初から境界だけで決まる量である。この一点から、重力の弱さが確率であること (第 3 節)、次元が情報量次元と確率次元の和であること (第 8 節)、事象の種類が三であること (第 9 節)、重力理論と非重力理論の差が情報量次元ちょうど一本であること (第 11 節) が順に従う。

¹本稿は、高橋俊樹による複素情報理論 [1,2]、対数航行の構成 [3]、および複素情報量の構成論 [4] を土台に、探索的対話で得られた一連の導出をまとめたものである。確立された標準 (ガウスの法則、カルツァ＝クライン還元、超弦の臨界次元、Bekenstein-Hawking エントロピー、ホログラフィック繰り込み群、トーリック幾何等) と、参照枠組みが置く構成的前提と、両者を橋渡しする同定は性質が異なる。第 18 節で総括的に、また各節の随所で明示的に区別する。数値はすべて多倍長演算で検算した (第 17 節)。

1.2 方法上の注記

以下は参照枠組み〔1-4〕の定義を公準として展開する構成的な議論である。〔3, §10〕〔4, §19〕の三層の切り分けを本稿も引き継ぐ。

- ・ **確立された標準（厳密）**：ガウスの法則、カルツァ＝クライン還元、超弦・M理論の臨界次元、Bekenstein–Hawking エントロピー、ホログラフィック繰り込み群と c 定理、トーリック幾何のモーメント写像、回転群の次元。本稿の各恒等式はこれらの上での正しい変形であり、第17節で検算する。
- ・ **枠組みの前提（構成的）**：「確率＝面積」「情報＝時間」「対数航行」「半径は有償・角度は無償」という同定は〔1-4〕の前提であって定理ではない。
- ・ **橋渡しの同定（仮説）**：次元公式 $D = d_I + d_P$ そのもの、 $\mathbb{C}^3$ を超弦の隠れた空間と読むこと、ホログラフィック還元の余分な一本を情報量次元と同定すること。いずれも構造的な同定である。

第I部 重力の弱さと形の多さ

2. 重力の面積形式

2.1 二つの式

万有引力の法則において r^2 を球面の面積 $S = 4\pi r^2$ と読む〔3, §5.1〕。

$$SF = 4\pi G Mm \equiv \Lambda Mm, \quad \Lambda \equiv 4\pi G \quad (1)$$

$F = ma$ で自分の質量 m を落とすと

$$\boxed{Sa = \Lambda M} \quad (2)$$

これはガウスの法則 $\oint_{\partial V} \vec{g} \cdot d\vec{A} = -4\pi GM$ の球対称形にほかならない。**確立された標準**である。

2.2 二つの含意

(i) m が消える。(2) には相手方の M しか現れない。加速度場は境界面だけで決まる量であり（等価原理）、重力は最初から**境界データ**である。〔3, §5.4〕で電荷が境界フラックス $Q = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A}$ に刻まれたのと同じ構造が、質量について成り立つ。

(ii) 次元に依らない。用いたのはフラックス保存だけだから、空間次元 D で

$$a S_{D-1}(r) = \Lambda_D M, \quad S_{D-1} = \Omega_{D-1} r^{D-1} \quad (3)$$

$D = 3$ で $a \propto r^{-2}$ 、 $D = 9$ で $a \propto r^{-8}$ 。変わるのは「面積 S 」の中身だけである。逆二乗性は三次元に固有だが、**面積性は次元に固有でない**。以下はこの点を使う。

3. 希釈：弱さは確率である

3.1 見える面積と隠れた繊維

隠れた次元を n_h 個、その体積を V_{n_h} とし、遠方で境界が積構造 $S_{D-1} = S_2 \times V_{n_h}$ をとるとする。(2) をそのまま適用して

$$a = \frac{\Lambda_D M}{S_2 V_{n_h}} = \underbrace{\frac{\Lambda_D}{V_{n_h}}}_{\equiv \Lambda_3} \cdot \frac{M}{S_2}, \quad \boxed{\frac{G}{G_*} = \frac{\ell_*^{n_h}}{V_{n_h}} = \frac{1}{W}, \quad W \equiv \frac{V_{n_h}}{\ell_*^{n_h}}} \quad (4)$$

W は**隠れた方向の胞数**、すなわち同じ観測パターンへ射影される高次元パターンの総数である。カルツァ＝クライン還元 $G_{\text{eff}} = G_D/V_{n_h}$ の標準形であり、これも厳密。

3.2 弱さは比喩でなく確率である

W は縮退度だから、観測される一つのパターンあたりの重みは $1/W$ である。同じことを面積比で書けば

$$p_G = \frac{\text{見える境界の胞数}}{\text{全境界の胞数}} = \frac{\ell_{*}^{n_h}}{V_{n_h}} = \frac{1}{W} = \frac{G}{G_*} \quad (5)$$

命題 1. 重力の弱さとは、高次元境界のうち我々の二次元面積が占める面積比、すなわち [3, 定義 1] の意味での確率そのものである。

これは同定ではなく、(2) と「確率＝面積」から従う帰結である。したがって [3, 定義 1] の情報量をそのまま当てて

$$I_G = -\log p_G = \log W \quad (6)$$

帰結. 形の種類の多さの対数と、重力の弱さの対数は、符号を除いて同一の量である。片方は「多さ」（面積側・有界）、他方は「弱さ」（時間側・非有界）として現れているにすぎず、[4, 表 1] の蓋然と確度の非対称がそのまま出ている。

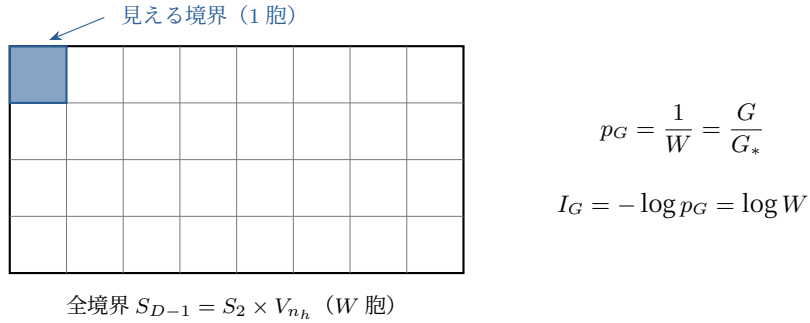


図 1 希積の機構。全境界は見える面積 S_2 と隠れた繊維の積であり、我々に見えるのはそのうち一胞である。その比 $p_G = 1/W$ が重力の確率であり、その対数が形の種類の多さ $\log W$ に等しい。

4. なぜ対数か

対数であることは偶然ではなく、合成則から強制される。

- 種類の多さは乗法的：独立な隠れ方向ごとに $W = N_1 N_2 \cdots N_{n_h}$ 。
- 弱さも乗法的：各隠れ方向がフラックスを $1/N_k$ ずつ薄める。
- 情報量は加法的：[4, 表 1] の「合成：乗法的／加法的」。

乗法的な二量 (W と $p_G = 1/W$) を加法的な一つの座標へ写す連続写像は対数しかない（コーシーの函数方程式 $f(xy) = f(x) + f(y)$ ）。ゆえに

$$\log W = -\log p_G = I_G, \quad \text{等方なら各方向の寄与} = \frac{I_G}{n_h} \quad (7)$$

「多さ」と「弱さ」が対数で結ばれるのは、両者が同じ乗法構造の表裏であり、対数とその唯一の加法チャートだからである。[4, § 6.1] で p_μ が単調性を欠くゆえ時間になれなかったのと同じ形式の議論で、ここでは $\log W$ が単調かつ非有界ゆえ時間になれる側に立っている。

5. 対数航行が希積率を返す

隠れた繊維上で最大無知（一様、 $p_* = 1/W$ ）をとると、[3, 定義 2] の対数航行は

$$\mathcal{L}[p_*] = \sum_{i=1}^W p_* (-\log p_*) = \log W = I_G \quad (8)$$

[3, (9)] の三通りの総和と比べる。

$$\sum_i p_i = 1, \quad \sum_i I_i = W \log W, \quad \sum_i p_i I_i = \log W = -\log \frac{G}{G_*} \quad (9)$$

命題 2. 重力定数の希釈率を返すのは、三つの総和のうち対数航行（面積 × 時間の総和）だけである。面積だけの和は 1、時間だけの和は結合定数に無関係な巨大量になる。

[3, § 3.2] で境界面積 A を返すのが対数航行だけであったのと、完全に同じ構図である。

6. 三つの対数と総和不変性

超弦の空間次元を 9 とし（第 10 節で導く）、隠れた 6 次元の体積を V_6 、弦長を ℓ_s 、弦結合を g_s とする。標準の還元式

$$M_{\text{Pl}}^2 \simeq \frac{V_6}{g_s^2 \ell_s^8} \quad \Longleftrightarrow \quad \left(\frac{M_{\text{Pl}}}{M_s} \right)^2 = \frac{W}{g_s^2}, \quad W = \frac{V_6}{\ell_s^6} \quad (10)$$

に、陽子二個で測った弱さ $\alpha_G \equiv G m_p^2 / \hbar c$ を通すと

$$I_G = -\log \alpha_G = \underbrace{\log W}_{(a) \text{ 幾何}} + 2 \underbrace{\log \frac{1}{g_s}}_{(b) \text{ 結合}} + 2 \underbrace{\log \frac{M_s}{m_p}}_{(c) \text{ RG}} \quad (11)$$

三つの寄与がすべて対数であり、加法的に足し合う。第 4 節の理由がここで三度使われている。各項の正体は次の通りである。

- (a) 幾何の対数：隠れた形の種類の多さ $\log W$ 。第 3 節の p_G そのもの。
- (b) 結合の対数：ディラトン。 $g_s = e^\Phi$ ゆえ $2 \log(1/g_s) = -2\Phi$ である。弦理論は結合定数を最初から場の指数として書いている。ディラトンとは「対数で測った弱さ」そのものである。
- (c) RG の対数：次元の移行。 $m_p \sim M_s \exp(-2\pi/b_0 \alpha_s)$ ゆえ、これは弦スケールから閉じ込めまでの繰り込み群の情報時間の二倍である。

命題 3 (総和不変性). I_G は観測量であるから基本尺度 M_s の取り方に依らない。 M_s の選択は、この不変量を (a)(b)(c) の三項へ配分し直すゲージ選択にすぎない。

[4, § 14] の「実部＝立体は不変、流れるのは配分だけ」と同型の構造である。数値は第 17 節に示す。 $M_s \rightarrow M_{\text{Pl}}$ では (a)(b) が消えて全量が (c) に移り、 $M_s = 1 \text{ TeV}$ では逆に大半が (a) に移る。

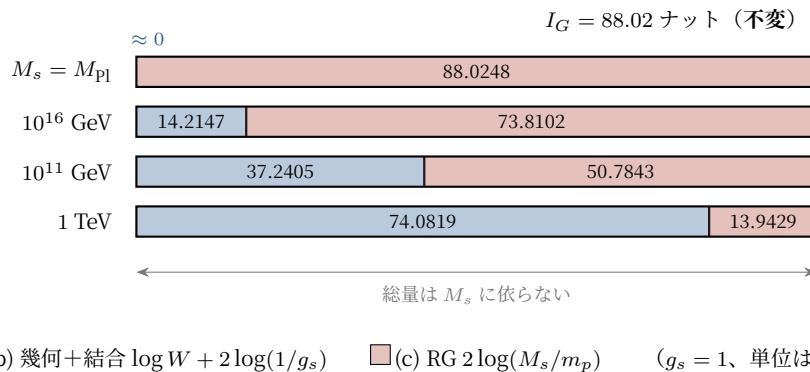


図 2 三つの対数の配分と総和不変性。 $I_G = 88.02$ ナットは観測量ゆえ不変であり、基本尺度 M_s の選択はこの総量を幾何・結合・RG の三項へ配分し直すゲージ選択にすぎない（命題 3）。 M_s を下げるほど、繰り込み群の時間が隠れた形の多さに置き換わっていく。

11 次元では対数が二つになる。 M 理論では $R_{11} = g_s \ell_s$ 、 $\ell_{11} = g_s^{1/3} \ell_s$ であり、 $V_7 = V_6 R_{11}$ とすると

$$M_{\text{Pl}}^2 = \frac{V_7}{\ell_{11}^9} \quad \Longleftrightarrow \quad \left(\frac{M_{\text{Pl}}}{M_{11}} \right)^2 = \frac{V_7}{\ell_{11}^7} \equiv W_{11} = W g_s^{-4/3} \quad (12)$$

結合の対数 (b) が幾何の対数 (a) に吸収される。ディラトンとは、一次元少なくとも見たときに幾何が結合として現れた姿である。

7. 有償と無償

W を全部数えると二つに割れる。

$$W_{\text{総}} = \underbrace{e^{A/4\ell_P^2}}_{\text{見える面積上}} \times \underbrace{N^3}_{\text{隠れた位相上}} \quad (13)$$

- ・見えるパターン（半径・有償）：その対数 $A/4\ell_P^2$ は [3, (6)(8)] の通りエントロピーとして現れ、対数航行がそれを返す。
- ・見えないパターン（角度・無償）：確率は位相に盲目 [3, § 5.2] ゆえ記録されない。エントロピーには現れず、結合定数の希釈＝重力の弱さとしてしか現れない。

$$\text{記録されるパターン} \Rightarrow \text{エントロピー}, \quad \text{記録されないパターン} \Rightarrow \text{重力の弱さ} \quad (14)$$

どちらも $\log W$ である。重力が弱いのは、それが無償の（＝位相盲目な）自由度の多さだからである。[3, § 6.2] の「大きさは分岐に盲目」の重力版がここに現れる。

第 II 部 次元公式

8. 次元公式 $D = d_I + d_P$

8.1 二つの基本量は二つの次元を要求する

[4, 表 1] の非対称を、そのまま次元の要求として読む。

	蓋然 p	確度 $\mu = -\log p$
正体	面積（2 次元）	時間（1 次元）
値域	有界 $[0, 1]$	非有界 $[0, \infty)$
合成	乗法的	加法的
位相	盲目	巻く

この二つの量の実現されるのに要する実次元をそれぞれ確率次元 d_P 、情報量次元 d_I と呼び、空間次元を

$$D = d_I + d_P \quad (15)$$

と置く。 d_I と d_P が別々に数えられるのは、[4, 第 4 節] の四配置が示す通り p と μ が独立に軸へ配置できるからである。両者が同じ軸を共有せざるを得ないなら四配置は成立しない。

8.2 確率次元 $d_P = 2n$

事象の種類を n とする。[3, § 5.2] の通り確率はボルン則で実現される： $p_k = |z_k|^2$ 、 $z_k \in \mathbb{C}$ 。

定義 1 の局所版：一つの確率 p_k は二次元の面積である。その最小の実現は複素振幅 $z_k \in \mathbb{C} = \mathbb{R}^2$ であり、一事象あたり 2 次元。 n 事象で

$$d_P = 2n, \quad \text{振幅空間} = \mathbb{C}^n = \mathbb{R}^{2n} \quad (16)$$

内訳はモーメント写像で（位相盲目性の幾何形）

$$2n = \underbrace{1}_{\text{動径：規格化}} + \underbrace{(n-1)}_{\text{確率単体 } \Delta^{n-1}} + \underbrace{n}_{\text{位相トーラス } T^n} \quad (17)$$

T^n が無償（角度・知識・回転）、動径と単体が有償（半径・大きさ）である [3, § 8.3] 。

8.3 情報量次元 $d_I = 3$

素朴には μ は時間=1次元だから $d_I = 1$ となりそうだが、そうはならない。〔4, §6.1〕が示した通り、

積 $p\mu$ は $p = e^{-1}$ で符号を変える。すなわち $p\mu$ は単調でなく、時間座標としては失格である。

情報量の集約は時間になれない。では何になるか。〔4, §6〕の第二の同定がそれを与える。

情報時空の体積要素。面積（2次元）×時間（1次元）→3次元体積。集約 $\sum p\mu$ は情報時空の総体積である。

すなわち対数航行の柱は「底：確率面積（2次元）」×「高さ：情報時間（1次元）」の三次元体である。情報量は一次元の時間としては閉じず、三次元の体積としてしか実現できない。したがって

$$d_I = 2 + 1 = 3 \quad (18)$$

d_I は n に依らない。柱が何本立とうと、柱が立つ情報時空は一つであり（〔4, §11〕の「共通の床」）、その次元は3である。

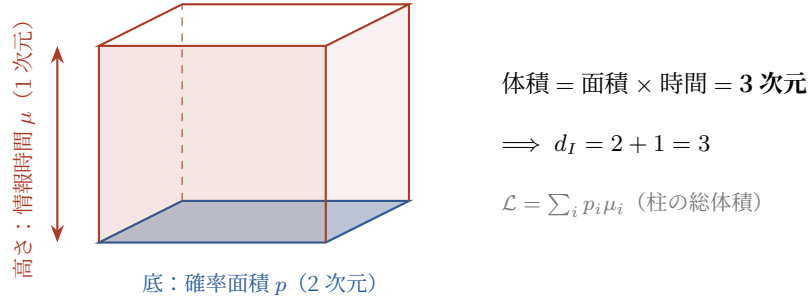


図3 対数航行の柱。底は確率面積（2次元）、高さは情報時間（1次元）である。情報量の集約は単調性を欠いて時間になれず、三次元の体積になる〔4, §6.1〕。これが $d_I = 3$ の内容である。

8.4 次元公式

以上を合わせて

$$D = d_I + d_P = 3 + 2n \quad (19)$$

3は情報量次元（柱＝情報時空、有償・大きさ側）、 $2n$ は確率次元（振幅 $\mathbb{C}^n$ 、うち n が無償の位相）である。

9. 事象の種類は三である

n は自由なパラメータではない。定義1自身が n を決める。

9.1 命題A：定義1の二重適用

〔3, 定義1〕「確率は二次元の面積である」は二通りに適用できる。

- ・局所版（一事象）： $p_k = |z_k|^2$ 、 $z_k \in \mathbb{C}$ ゆえ2次元。 n に依らず常に成立。
- ・大域版（事象系）：確率ベクトル $(p_1, \dots, p_n)$ が住むのは規格化の下単体 Δ^{n-1} 。その次元は $n-1$ 。

命題4. 定義1が局所版と大域版の双方に無矛盾に成り立つのは

$$\dim \Delta^{n-1} = 2 \iff n-1 = 2 \iff n = 3$$

に限る。

すなわち「確率は二次元の面積である」という公理は、事象の種類が三であることを要求する。二値 ($n = 2$) では単体は線分 (1 次元) で確率は「面積」になれない。四値以上 ($n \geq 4$) では単体が三次元以上になり、確率は「面積」を超える。

9.2 命題 B：局所の数え上げと大域の数え上げの一致

D を二通りに数える。

- ・局所 (セルごと)：一事象は確率 2 次元と情報時間 1 次元をもち、一セルあたり三次元の柱である。 n セルで $D_{\text{局所}} = 3n$ 。
- ・大域 (情報時空)：柱が立つ情報時空は一つで 3 次元、確率の実現に $2n$ 。 $D_{\text{大域}} = 3 + 2n$ 。

命題 5. 二つの数え上げが一致するのは $3 + 2n = 3n$ 、すなわち $n = 3$ に限る (傾き 2 と 3 の直線の唯一の交点)。

これは [4, § 15.1] と同じ形の命題である。

	一致する二つの量	唯一の解
[4, § 15.1] 臨界線	柱の高さ $-\log p$ と柱の総体積 $\mathcal{L}$	$p = 1/2$ (公正なコイン)
本節 臨界次元	局所の次元 $3n$ と大域の次元 $3 + 2n$	$n = 3$ (三種の事象)

「臨界」とは、いずれも局所と大域が一致する唯一の点の名である。

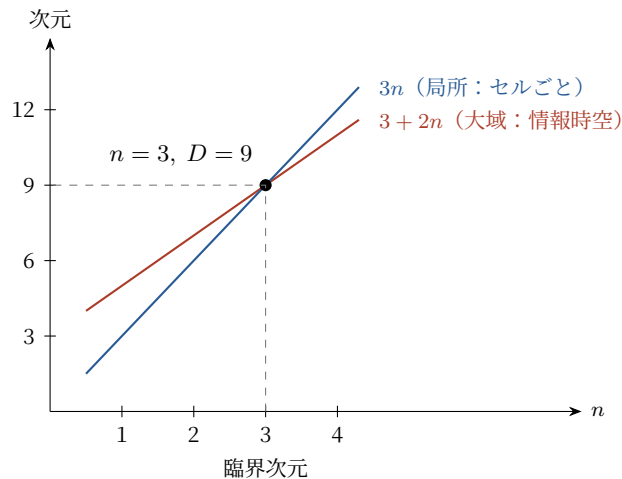


図 4 事象の種類の決定。局所の数え上げ $3n$ と大域の数え上げ $3 + 2n$ が交わるのは $n = 3$ ただ一点であり、そこで $D = 9$ となる。傾き 2 と 3 の直線ゆえ交点は一つしかない。

9.3 系 C：有償と無償の均衡

(18) より位相 (無償・角度・知識) の次元は T^n の n 、情報量 (有償・半径・大きさ) の次元は $d_I = 3$ 。両者が釣り合うのは $n = d_I = 3$ に限る。第 6 節の異方コンパクト化 (無償な T^3 だけが伸びて $W = N^3$) は、この均衡の帰結である——伸びうる無償方向の本数が、柱の立つ有償の舞台の次元にちょうど等しい。

10. 臨界次元 9

命題 1 (命題 A) ・命題 2 (命題 B) より $n = 3$ 、次元公式より

$$D = 3 + 2 \cdot 3 = 9 \quad (20)$$

内訳を (18) で開くと

$$9 = \underbrace{3}_{d_I: \text{情報時空の柱}} + \underbrace{1+2+3}_{d_P: \mathbb{C}^3 = \text{動径} + \Delta^2 + T^3} \quad (21)$$

$\mathbb{C}^3$ は超弦の隠れた空間 CY_3 の局所模型である。情報量は時間であるから [3, 定義 1]、柱の高さ次元が実時間として外に出て

$$D_{\text{時空}} = D + 1 = 10 \quad (22)$$

——超弦の臨界次元である。

M 理論。 第 6 節でディラトン $\Phi = \log g_s$ が 11 次元では幾何になった。 Φ は結合の対数、すなわち情報時間の座標である。ゆえに M 理論では情報量次元が一つ増え、 $d_I = 4$ 、 $D = 4 + 6 = 10$ 、 $D_{\text{時空}} = 11$ となる。**11 次元とは、結合の対数を情報方向として立てた 9 次元である。**確率次元 6 は不変である——事象の種類は変わらないから。

ボゾン弦。 $D_{\text{空間}} = 25$ に次元公式を当てると $n = 11$ (整数) だが、命題 2 の不動点条件 $3 + 2n = 3n$ を満たさない ($3n = 33 \neq 25$)。局所と大域の数え上げがずれた系が不安定である (タキオン) ことと符合するが、これは観察であって導出ではない (第 18 節)。命題 2 を課すかぎり $D_{\text{空間}} = 9$ は**唯一**の解である。

第 III 部 ホログラフィと符号

11. ホログラフィック還元

11.1 三通りの総和、再訪

[3, (9)] はすでに答を書いている。 W 個のセルについて

$$\sum_i p_i = 1, \quad \sum_i I_i = W \log W, \quad \sum_i p_i I_i = \log W = \frac{A}{4\ell_P^2} \quad (23)$$

面積則を返すのは**積の総和＝対数航行**だけである。この一行を次元の言葉で読む。

- $\sum p_i = 1$: 確率だけの理論。規格化された分布があるだけで柱は立たない。**体積がなく、重力がない。**
- $\sum p_i I_i = A/4\ell_P^2$: 確率に情報という高さを与えた理論。柱が立ち、その総体積が面積則を与える。**重力がある。**

重力とは、確率に情報という高さを与えることである。底だけでは面積が 1 になるだけで何も立ち上がらない。高さだけでは $W \log W$ という面積に無関係な量になる。両者の積のみが重力を返す。

11.2 命題 D : ホログラフィック還元

命題 6 (ホログラフィック還元). D 次元の重力理論から情報量次元を一本抜くと、 $(D-1)$ 次元の非重力理論になる。重力理論と非重力理論を隔てるのは情報量次元ちょうど一本である：

$$\text{重力}_D = \text{非重力}_{D-1} + \underbrace{1}_{\text{情報量次元 } I = -\log p}.$$

これは新しい主張ではなく、[3, § 3.3] の再読である。

$-\log$ は物理面積を確率面積へ縮約する (**余次元 1 の符号化＝ホログラフィックな次元縮約の動機**)、 $\exp$ は復元する。

すなわち

$$\boxed{-\log: \text{バルク} \rightarrow \text{境界 (次元を一つ落とす)}, \quad \exp: \text{境界} \rightarrow \text{バルク (次元を一つ上げる)}} \quad (24)$$

$p = e^{-I}$ という枠組みの基本法則そのものが、境界とバルクを結ぶ辞書である [3, 図 1]。

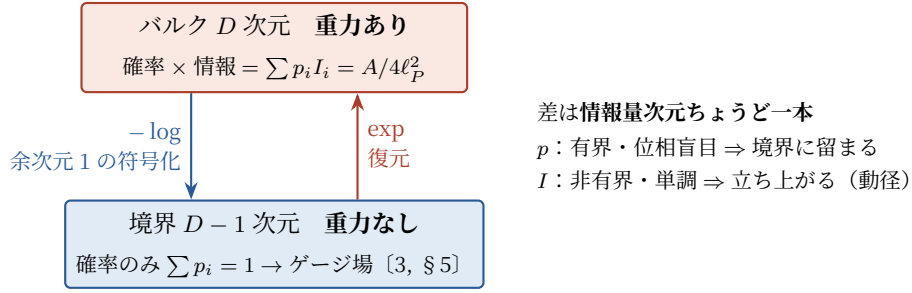


図 5 対数辞書とホログラフィック還元。 $-\log$ が余次元 1 の符号化としてバルクを境界へ落とし、 $\exp$ が復元する。重力理論と非重力理論を隔てるのは情報量次元ちょうど一本である。

11.3 なぜ確率が境界に留まり、情報が立ち上がるのか

どちらが「余分な一本」になるかは、第 8.1 節の表の非対称が決める。

有界だから境界に留まり、非有界だから立ち上がる。

p は有界かつ位相盲目であり、**境界に刻める**—— [3, § 5.4] で電荷が境界フラックスに刻まれ、第 2 節で $Sa = \Lambda M$ が境界データだけで書いたのと同じ理由である。対して I は非有界かつ単調で、有界な領域に閉じ込められない。閉じられない方向は、横断方向として外へ出るしかない。

11.4 単調性＝時間＝動径

[4, § 6.1] は時間の資格を単調性と定めた。一方ホログラフィック繰り込み群では、動径座標は繰り込み群のスケールであり、その方向に沿って自由度は単調に減る (c 定理・ a 定理) —— **確立された標準**。二つを重ねると

$$\text{単調} \iff \text{時間になれる} \iff \text{ホログラフィック動径} \quad (25)$$

動径方向が情報量次元であるのは、**単調性という同一の資格によってである**。さらに [4, § 5] の「走る複素重み」 $\dot{w} = -w(1-w)$ (紫外から赤外へ) は、まさにこの動径方向に沿った流れ——ホログラフィック繰り込み群流である。赤外不動点が漸近的な幾何を、初期値ずれが紫外の第一印象を担う。枠組みの「走り」は最初から繰り込み群流だったことになる。

11.5 境界にはゲージ場があり、重力はない

これが命題 3 (命題 D) のいちばん強い検証点である。[3, § 5] は**確率だけから**ゲージ場を導いた：

$$p = |\Psi|^2 \text{ (位相盲目)} \Rightarrow \text{大域 } U(1) \Rightarrow \text{局所化} \Rightarrow \text{接続 } A_\mu \Rightarrow Q = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A}.$$

情報量 I は一度も使われていない。したがって次を得る。

系 7. 境界理論 (確率のみ) は**ゲージ理論**であって重力理論ではない。重力は情報量次元を足したバルクに初めて現れる。

これは AdS/CFT の姿そのものである——境界は重力をもたないゲージ理論、バルクは重力理論。枠組みの側では、[3, § 5] (確率からゲージ) と [3, § 3.2] (確率 $\times$ 情報から面積則) が**別々の節に分かれていたこと自体が**、境界とバルクの分離だったことになる。

可視時空で書けば

$$\underbrace{4 \text{ 次元重力時空}}_{S^2(2)+r(1)+t(1)} = \underbrace{3 \text{ 次元境界}}_{S^2(2)+t(1)} + \underbrace{\text{動径 } r}_{\text{情報量次元}} \quad (26)$$

境界 $S^2 \times$ 時間には面積 A とその上の確率が住み、 $S_{\text{BH}} = A/4\ell_P^2$ は境界データである。動径 r を抜けば重力は消え、面積の上の理論だけが残る。 $Sa = \Lambda M$ に自分の質量が現れないこと (第 2.2 節) は、そのことの初等的な現れである。

12. 時空の符号：確率は空間的、情報は時間的

12.1 符号の規則

〔3, 定義 1〕をそのまま符号の規則として読む。

$$\begin{array}{l} \text{確率} = \text{面積} \rightarrow \text{空間的 (有界・コンパクト)} \\ \text{情報} = \text{対数} = \text{時間} \rightarrow \text{時間的 (非有界・非コンパクト)} \end{array} \quad (27)$$

12.2 なぜ余剰次元だけがコンパクトなのか

命題 8. 確率が張る $2n$ 次元はすべてコンパクトであり、情報が張る次元はすべて非コンパクトである。

理由は単純である。 $p \in [0, 1]$ は有界ゆえ、その実現空間（規格化して S^{2n-1} ）はコンパクトである。対して $I \in [0, \infty)$ は非有界かつ単調ゆえ円に閉じることができない（閉じれば単調性が破れる）。開いた方向にしかねれない。したがって

内部空間（コンパクト化される 6 次元）＝確率次元， 可視時空（非コンパクトな 4 次元）＝情報量次元

なぜ余剰次元だけが丸まっていて、我々の見る次元は丸まっていないのか——確率が有界で、情報が非有界だからである。第 6 節の異方コンパクト化はコンパクト側の内部での配分の話であり、コンパクトと非コンパクトの分割そのものは符号の規則が決めている。

12.3 情報量次元の内訳：要石は二つの顔をもつ

情報量は一次元の時間である。ではなぜ非コンパクトな時空は四次元なのか。〔3, (7)〕の要石が答を含んでいる。

$$\text{時間} = \text{情報} = \frac{\text{面積}}{4\ell_P^2} \quad (28)$$

同一の情報量が、時間としては 1 次元、面積としては 2 次元を張る。これは矛盾ではなく要石の内容そのものである（定義 1 が「面積は二次元」と置く以上、 $A = 4\ell_P^2 I$ もまた 2 次元を張る）。

さらに〔4, § 3〕の複素重み $w = m + ni$ が、一本の情報時間を二本の開いた方向へ割る。

$$e^{-w\mu} = \underbrace{e^{-m\mu}}_{\text{減衰：動径・RG}} \cdot \underbrace{e^{-in\mu}}_{\text{回転：時間・KMS}} \quad (29)$$

〔4, § 3〕の「振幅の減衰／位相の前進」がそのまま二方向である。減衰側は単調で開いた方向すなわち動径、回転側は周期 $\beta = 2\pi/n$ をもつ熱円であり、ウィック回転して実時間になる〔3, § 3.4〕。まとめて

$$d_I = \underbrace{2}_{\text{情報=面積 } (S^2)} + \underbrace{1}_{\text{減衰=動径 } r} + \underbrace{1}_{\text{回転=時間 } t} = 4 \quad (30)$$

第 8.3 節の $d_I = 3$ は、このうち空間的な $2 + 1$ の部分である（ $D_{\text{空間}} = 3 + 2n = 9$ は不変）。

12.4 時空次元の総括

$$D_{\text{時空}} = d_I + d_P = 4 + 2n = 4 + 6 = 10, \quad \text{符号 } (1, 9) \quad (31)$$

次元	由来	個数	符号	コンパクト性	枠組みの根拠
時間 t	情報の回転部 $e^{-in\mu}$	1	時間的	非コンパクト	情報＝時間、KMS 熱円
動径 r	情報の減衰部 $e^{-m\mu}$	1	空間的	非コンパクト	単調＝時間の資格＝RG
境界面積 S^2	情報＝面積 $A = 4\ell_P^2 I$	2	空間的	非コンパクト	要石＋定義 1
内部 $\mathbb{C}^3$	確率＝振幅 $p_k = z_k ^2$	6	空間的	コンパクト	定義 1（有界）
計		10	(1, 9)		

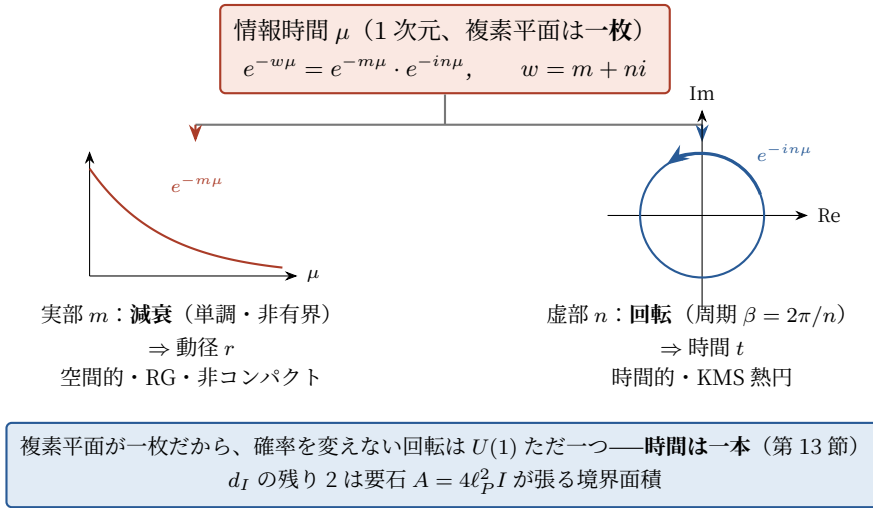


図6 複素重み $w = m + ni$ が一本の情報時間を二本の非コンパクト方向へ割る。実部は単調な減衰として動径（繰り込み群方向）を、虚部は周期 $\beta = 2\pi/n$ の回転として時間を与える。複素平面が一枚しかないことが、時間が一本であることの原因である。

三つの読みがすべて整合する。

$$\underbrace{10 = 4 + 6}_{\text{情報+確率}} = \underbrace{1 + 9}_{\text{時間+空間}} = \underbrace{4 + 6}_{\text{非コンパクト+コンパクト}} \tag{32}$$

情報と確率の分割、時間と空間の分割、非コンパクトとコンパクトの分割は、同一の分割である。

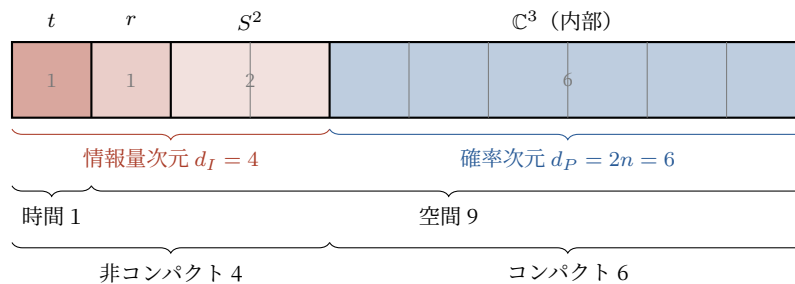


図7 時空次元の三重分解。情報と確率の分割、時間と空間の分割、非コンパクトとコンパクトの分割——三つは同一の分割である。

M 理論では第二の減衰方向（ディラトン）が立ち、 $d_I = 2 + 2 + 1 = 5$ 、 $D_{\text{時空}} = 5 + 6 = 11$ 、符号 $(1, 10)$ となる。結合の対数が幾何になるとは、**対数がもう一本の非コンパクト方向として立つこと**にはならない。

第IV部 三つの帰結

13. 時間はなぜ一本か

回転の本数は、その量が住む空間の回転群の次元である。実 d 次元なら $\dim SO(d) = d(d-1)/2$ であり、 $SO(2) \rightarrow 1$ 、 $SO(3) \rightarrow 3$ 、 $SO(4) \rightarrow 6$ 。したがってもし情報量が実3次元に住むなら、回転は3本ある。しかし情報量はそこに住んでいない。

[4, 表1] の非対称を**複素平面の枚数**として読む。

- ・ **確度 μ は加法的**。 n 個の情報は足し合わされて一本の軸に載る。対数航行 $\sum p_i \mu_i$ は一つの実数である。これを複素対数で複素化しても $T = -\log(-p) = \mu - (2k+1)\pi i$ であり、**複素平面はただ一枚**である。

- ・蓋然 p は乗法的。 $p_k = |z_k|^2$ は事象ごとに独立な振幅 z_k をもち、掛け合わされる。複素平面は n 枚である。

確率を変えない回転（位相盲目な回転）を数えると

$$\text{情報量側： } \dim U(1) = \dim SO(2) = 1, \quad \text{確率側： } \dim U(1)^n = \dim T^n = n = 3 \quad (33)$$

命題 9 (時間の一本性). 情報量が加法的であることから、その複素平面は一枚である。一枚の複素平面の回転は $U(1)$ ただ一つであり、時間の本数は $\dim U(1) = 1$ である。対して確率は乗法的で複素平面が n 枚あるから、位相の本数は $\dim T^n = n = 3$ である。

時間が一次元であることと、位相（知識）が三次元であることは、加法性と乗法性というただ一つの差から出る。実 3 次元なら 3 本あったはずの回転が 1 本に絞られるのは、情報量が「実 3 次元」ではなく「複素 1 次元」に住むからである。

帰結（多時間の不可能性）. 二つ以上の時間があるには情報量の複素平面が二枚以上必要だが、加法性がそれを禁じる。 $U(1)$ は一次元であって、これ以上分割できない。

整合. 一枚の複素平面上の巻き数は $[3, § 6.3]$ の $\frac{1}{2\pi} \oint d(\arg z) = 1$ 、その周期は KMS の $\beta = 2\pi/n$ である。円が一つだから時間が一つ、温度も一つである。

14. 梯子： $D, D-1, D-2, \dots$

[4, § 14, § 16] は、流出をセルごとに一段ずつ割り当て、第 k セルをリーマン面の第 k 段に置いた。そのとき「実部（対数航行の高さ＝情報＝ゲージ立体）は負号に一切影響されず、虚部だけが k 段流れ出る」。次元の言葉で読むと、これはそのままホログラフィック還元の反復である。

[4, § 14] の言葉	次元の言葉
実部＝立体は不変	確率次元 d_P は全段で不変
虚部だけが一段流出	情報量次元が一つ減る
リーマン面を一段登る	梯子を一段降りる（バルクから境界へ）

命題 10 (梯子). 対数航行の第 k 段は次元

$$D_k = D - k = \underbrace{(d_I - k)}_{\text{情報量次元}} + \underbrace{d_P}_{\text{確率次元 (不変)}}, \quad k = 0, 1, \dots, d_I$$

に対応する。梯子はちょうど d_I 段あり、底は d_P である。

超弦 ($d_I = 4, d_P = 6$) では $10 \rightarrow 9 \rightarrow 8 \rightarrow 7 \rightarrow 6$ となる。

段 k	次元	情報量次元の中身	状態
0	10	面積 2 + 動径 1 + 時間 1	バルク：重力あり
1	9	面積 2 + 時間 1	境界：ゲージ理論、重力なし
2	8	面積 2	静的：時間もない
3	7	面積 1	面積が崩れる
4	6	—	純確率：コンパクトな $\mathbb{C}^3$ のみ

M 理論 ($d_I = 5$) では一段長く $11 \rightarrow 10 \rightarrow 9 \rightarrow 8 \rightarrow 7 \rightarrow 6$ となる。梯子の長さは情報量次元が決め、底は事象の種類が決める。降りきったとき残るのは「三種類の事象の確率」だけであり、それはもう時間も重力ももたない。

確率次元が降りない理由も [4, § 14] の「実部＝立体は不変」がそのまま与える。確率は有界ゆえコンパクトに閉じており、還元の対象にならない。降りうるのは非コンパクトな情報量次元だけである。

梯子を降りるとは、確率次元（実部・立体）を変えずに情報量次元（虚部・位相）を一段ずつ流出させることである。

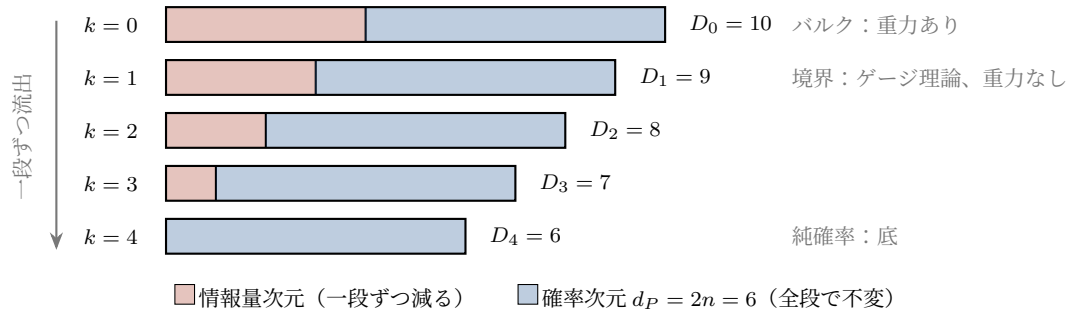


図8 ホログラフィックな梯子。各段で確率次元は不変のまま、情報量次元だけが一つ減る（〔4, §14〕の「実部＝立体は不変、虚部だけが流出」の次元版）。底は $d_P = 2n = 6$ である。

15. 係数 $1/4$ は確率次元である

〔3, 定義1〕は「命題の真偽が二値であること（0 か 1 か）から一次元」と述べる。すなわち一次元は一つの二値命題に対応し、その公正な確率は $p_* = 1/2$ である。 $p_* = 1/2$ が特別であることは〔4, §15.1〕が独立に与えている——**臨界線とは、対数航行において柱の高さと柱の総体積が一致する唯一の線であり、それは公正なコイン $p = 1/2$ である。**

確率は乗法的であり、かつ二次元の面積である。ゆえに面積の公正な確率は各辺の積となる。

命題 11 (係数). Bekenstein–Hawking の係数 $1/4$ は、一事象あたりの確率次元 $d_P^{(1)} = 2$ における公正な確率である：

$$S = p_*^{d_P^{(1)}} \cdot \frac{A}{\ell_P^2} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \frac{A}{\ell_P^2} = \frac{A}{4\ell_P^2}$$

要石を逆に読めば同じことである： $A = p_*^{-2}\ell_P^2 I = 4\ell_P^2 I$ 。一ナットの情報は 4 プランク面積を要する。 $4 = 2 \times 2$ は、面積の二辺がそれぞれ公正なコインを担うからである。

普遍性が説明される。 この読みは検証可能な帰結をもつ。係数 $1/4$ は $d_P^{(1)}$ だけで決まり、 d_I には一切依らない。ところが時空次元を変えるとき変わるのは d_I の方である（超弦 $d_I = 4$ 、M 理論 $d_I = 5$ 、確率次元 $2n = 6$ は不変）。したがって**係数 $1/4$ は時空次元に依らず普遍でなければならない**。これは確立された事実と一致する——Bekenstein–Hawking 公式は任意次元で $S = A/4G_D$ であり、 $1/4$ は次元に依らない。枠組みは、係数の値だけでなくその普遍性の理由（確率次元しか関与しないこと）を与える。

一般形として、確率が d 次元なら係数は 2^{-d} になる（ $d = 1$ で $1/2$ 、 $d = 2$ で $1/4$ 、 $d = 3$ で $1/8$ ）。〔3, §10〕は「係数 $1/4$ は重力から輸入したもので枠組み自身は予言しない」と留保していたが、 $p_* = 1/2$ と $d_P^{(1)} = 2$ を認めるかぎり**枠組みは $1/4$ を予言する**。

16. 三つの帰結は一つの表である

第 13–15 節の三つは、いずれも「複素平面の枚数」と「実次元」を p と μ について数えるだけで閉じる。

	複素平面の枚数	実次元	回転の本数	梯子・係数
情報量 μ (加法的)	1	$d_I = 4$	$\dim U(1) = 1 = \text{時間}$	段数 $= d_I = 4$
確率 p (乗法的)	$n = 3$	$d_P = 2n = 6$	$\dim T^n = 3 = \text{位相}$	底 $= d_P = 6$ 、係数 $1/4$

枚数が回転の本数を、実次元が梯子を、一事象あたりの実次元が係数を決める。次元公式も、命題 $A \cdot B \cdot \text{系 } C$ も、すべて同じ一つの表から出ている。

17. 数値検算

多倍長演算 (mpmath、30 桁) と組合せ計算で確認した。CODATA 2018。

$$\alpha_G = \frac{Gm_p^2}{\hbar c} = 5.90614941742 \times 10^{-39}, \quad I_G = -\ln \alpha_G = 88.0248245445 \text{ ナット} = 126.993 \text{ ビット}$$

恒等式 $I_G = 2\ln(M_{\text{Pl}}/m_p)$: 左辺 88.024824544507、右辺 88.024824544507 (一致)。

表：基本尺度 M_s による三項の配分 ($g_s = 1$ 、単位はナット)

M_s	(c) $\text{RG } 2\ln(M_s/m_p)$	(a)+(b) $\ln W - 2\ln g_s$	N ($n_h = 3$)	L
$M_{\text{Pl}} = 1.2209 \times 10^{19} \text{ GeV}$	88.0248	2.1×10^{-7}	1.00	$1.6 \times 10^{-35} \text{ m}$
10^{16} GeV	73.8102	14.2147	114.2	$2.3 \times 10^{-30} \text{ m}$
10^{11} GeV	50.7843	37.2405	2.46×10^5	$4.9 \times 10^{-22} \text{ m}$
10^3 GeV	13.9429	74.0819	5.30×10^{10}	$1.05 \times 10^{-8} \text{ m}$

各行の (c) と (a)(b) の和は 88.0248 に一致する (命題 3・総和不変性)。 $M_s = 1 \text{ TeV}$ では $\ln W = 74.081883 = \ln[(M_{\text{Pl}}/M_s)^2] = \ln(1.49057 \times 10^{32})$ で残差 0。等方 6 次元なら $N = 2.30 \times 10^5$ 、 $L = 4.54 \times 10^{-14} \text{ m}$ 、異方 3 次元なら $N = 5.30 \times 10^{10}$ 、 $L = 1.05 \times 10^{-8} \text{ m}$ であり、いずれも ADD の標準値と一致する。11 次元恒等式 $W_{11} = W g_s^{-4/3} = (M_{\text{Pl}}/M_s)^2 g_s^{2/3}$ は 15 桁で一致した。

表： n の決定 (三条件、 $1 \leq n \leq 49$ の全探索)

条件	式	解
命題 A (定義 1 の大域版)	$\dim \Delta^{n-1} = n - 1 = 2$	$n = 3$ のみ
命題 B (局所=大域)	$3 + 2n = 3n$	$n = 3$ のみ
系 C (有償=無償)	$n = d_I = 3$	$n = 3$ のみ

組合せ量： $\dim SO(2) = 1$ 、 $\dim SO(3) = 3$ 、 $\dim SO(4) = 6$ 、 $\dim U(1) = 1$ 、 $\dim T^3 = 3$ 。梯子 $(d_I - k) + d_P$: (4, 6), (3, 6), (2, 6), (1, 6), (0, 6) $\Rightarrow$ 10, 9, 8, 7, 6。M 理論は 11, 10, 9, 8, 7, 6。係数 $p_\star^d = 2^{-d}$: $d = 2$ で $1/4$ 、 $1/p_\star^2 = 4$ 。

弱さの実感として、 $\alpha_G \sim 10^{-39}$ という途方もない小ささは対数チャートではわずか **127 ビット** である。 $M_s = 1 \text{ TeV}$ とすれば、そのうち 107 ビットが隠れた形の多さ、20 ビットが繰り込み群の時間である。

18. 留保と切り分け

確立された標準 (厳密)

$SF = \Lambda M m \cdot Sa = \Lambda M$ とガウスの法則の同値性； D 次元での $a \propto r^{-(D-1)}$ ；カルツァ=クライン還元 $G_{\text{eff}} = G_D/V_{n_h}$ ； $\mathbb{C}^n$ のモーメント写像による分解； $\dim \Delta^{n-1} = n - 1$ ； $3 + 2n = 3n$ の唯一解が $n = 3$ であること；超弦の臨界次元 $D = 10$ (超共形アノマリー相殺 $\frac{3}{2}D = 15$)、M 理論の $D = 11$ 、ボゾン弦の $D = 26$ とタキオンの存在； $R_{11} = g_s \ell_s$ ；コーシーの函数方程式による対数の一意性； $\dim SO(d) = d(d-1)/2$ ； $S = k \log W$ と $I = -\log p$ ；ホログラフィック繰り込み群と $c \cdot a$ 定理； AdS_{d+1} 重力と d 次元境界 CFT の対応； $S_{\text{BH}} = A/4G_D$ の係数が任意次元で $1/4$ であること。

確立された提案 (未実証)

SYZ 予想は広く支持されるが予想である。ADD 型の大きな余剰次元 $M_{\text{Pl}}^2 = M_\star^{2+n} R^n$ は提案であって実証されていない。 $n_{\text{eff}} = 3$ なら $L \sim 10 \text{ nm}$ 、 $n_{\text{eff}} = 6$ なら $L \sim 45 \text{ fm}$ で、いずれも短距離重力実験の到達域 (数十 μm 級) のはるか下にある。TeV スケール弦は加速器・天体物理から強い制約を受ける。

枠組みの前提 (構成的)

「確率=面積」「情報=時間」「対数航行」「半径は有償・角度は無償」；[4, §6] の「 $\sum p\mu$ は情報時空の三次元体積」；[4, §6.1] の「 $p\mu$ は単調でないゆえ時間になれない」；[4, 表 1] の有界と非

有界の非対称と加法・乗法の非対称；〔4, § 15.1〕の臨界確率 $p_* = 1/2$ ；要石 $I = A/4\ell_P^2$ （〔3, § 10〕自身が「どちらか一方の系の内部で証明される定理ではなく、二つを一致させる選択である」と明言している）。

橋渡しの同定（仮説）

次元公式 $D = d_I + d_P$ という加法的分解そのものが本稿の主要な同定であり、定理ではない。根拠は四配置の存在（ p と μ が独立に軸へ配置できること）だが、四配置は複素平面の二軸についての言明であって、実空間次元の分割を含意しない。同様に、 d_I を可視時空と同定すること、 $\mathbb{C}^3$ を超弦の隠れた空間と同定すること、 Φ を第四の情報方向と同定すること、 d_I の内訳に「情報が面積として二次元を張る」ことを認めること、命題 3（ホログラフィック還元）の余分な一本を情報量次元と同定すること、命題 6（梯子）でリーマン面の段と次元の段を同定すること——いずれも構造的同定である。

命題 5（時間の一本性）については、複素平面の枚数が回転の本数を与えることは代数的に正しいが、その $U(1)$ を実時空の時間軸と同定することは構成的である。命題 7（係数）については、 $p_* = 1/2$ を臨界線から、 $d_P^{(1)} = 2$ を定義 1 から輸入して掛け合わせたが、「面積の二辺がそれぞれ独立な二値命題である」ことは仮定であって導出ではない。

主張していないこと

第 I 部は「なぜ重力が弱い」を「なぜ隠れたパターンがそれだけ多いか」に翻訳したのであって、 $W \sim 10^{32}$ という大きさ自体を説明しない（ADD が階層問題を解かずに移し替えるのと同じ限界である）。命題 3（総和不変性）はまさにこのことを述べている——情報の総量は観測量として固定されており、機構の間で配分し直せるだけである。

第 II 部は $D = 10$ を独立に導出したのではない。 $D = 10$ はアノマリー相殺から確立された標準として存在し、本稿が与えたのは「枠組みの内部で数えても同じ $9 + 1$ が出る」という整合性である。第 10 節のボゾン弦の議論は不動点条件の破れと不安定性を結びつけているが、両者に因果を主張する根拠はない。命題 A と命題 B は独立な条件だが、どちらも本質的には「2」という数（定義 1 の面積性）を n に翻訳しているにすぎず、真に独立な二つの確認ではない可能性がある。

第 III 部は AdS/CFT を導出してない。与えたのは枠組みの内部で数えても同じ分割が出るという整合であり、符号 (1,9) も、標準の $D = 10$ を既知として矛盾しないことの確認である。

未決事項

1. 事象の種類が $n = 3$ に固定されるなら、それは何の三種か。〔4, 第 4 節〕の四配置は κ の四値であって三ではなく、〔6〕の「同一命題の二つの見方」は二である。三種の中身は本枠組みの内部で未同定である。
2. 加法性と乗法性の非対称そのものは〔4, 表 1〕の公理であって導かれていない。 $\mathcal{D}$ の固有函数 (p) とジョルダン鎖 (μ) という代数構造がその根だが、なぜその代数かは未決である。
3. 命題 6（梯子）の段 $k = 2, 3, 4$ に物理的対応があるか。標準的なホログラフィが与えるのは $k = 1$ （バルクから境界へ）だけである。とくに $k = d_I$ （純確率 6 次元）は時間も重力ももたない「事象の種類だけの世界」であり、これが何かの極限に対応するかは未検討である。
4. 命題 7（係数）は $p_* = 1/2$ を用いたが、〔4, § 15.1〕の $p = 1/2$ は二値集団についての臨界線である。 $n = 3$ の系で二値の臨界確率を使うことは、面積の各辺が二値命題であること（定義 1）で正当化しているが、事象の種類 $n = 3$ と辺の二値性 $p_* = 1/2$ が別の水準の量であることは明記しておく。
5. 第 6 節の異方性は費用の非対称から要請したが、モジュライ安定化の具体的機構を与えていない。
6. d_I が M 理論で 4（時空で 5）になるなら、さらに増える機構があるか。 $d_I = 5$ （空間）なら $D_{\text{時空}} = 12$ であり、F 理論の 12 次元は二つが時間である。この対応は未検討である。

19. 結

万有引力の法則を面積の形 $Sa = \Lambda M$ に書き直したとき、自分の質量は式から消える。重力は最初から境界だけで決まる量であり、そこから先はすべて、境界に何が刻めて何が刻めないかの問題になる。

刻めるのは確率である。確率は有界で、位相に盲目で、乗法的で、二次元の面積として境界に住む。刻めないのは情報量である。情報量は非有界で、単調で、加法的で、閉じた領域に収まらないから横断方向へ出るしかない。この一つの非対称から、本稿のすべてが従った。

重力の弱さは、高次元境界のうち我々の面積が占める比——すなわち確率である。ゆえに弱さの対数と形の多さの対数は同一の量であり、両者が対数で結ばれるのは、多さも弱さも乗法的で情報だけが加法的だからにほかならない。 10^{-39} という途方もない弱さは、対数チャートではわずか 127 ビットである。

次元は、二つの基本量が要求する実次元の和である。確率は一事象あたり二次元を要求して $2n$ 、情報量は時間になり損ねて三次元の体積になり 3。そして「確率は二次元の面積である」という公理が単一事象と事象系の双方に成り立つのは事象が三種のときに限り、局所の数え上げと大域の数え上げが一致するのも三種のときに限る。臨界次元 $9+1$ とは、局所と大域が一致する唯一の点の名である——臨界線が「柱の高さと総体積が一致する唯一の線」であったのと、同じ意味において。

重力理論と非重力理論を隔てるのは、情報量次元ちょうど一本である。 $-\log$ は余次元一の符号化であり、 $\exp$ は復元である。確率だけの境界にはゲージ場があり、重力はない。梯子を一段降りるとは、実部＝立体を変えずに位相を一段流出させることであり、降りきったところに残るのは三種類の事象の確率だけである。

時間が一次元であるのは、情報量が加法的で、その複素平面が一枚しかないからである。実三次元なら三本あったはずの回転が、複素一次元では $U(1)$ ただ一つに絞られる。そして Bekenstein–Hawking の係数 $1/4$ は、面積の二辺がそれぞれ公正なコインを担うことの積 $(1/2)^2$ であり、確率次元だけで決まるがゆえに、時空次元を変えても普遍である。

確率は面積として空間に広がり、情報は対数として時間に伸びる。丸まっているのは有界なものだけであり、開いているのは非有界なものだけである。時空の次元とは、この二つを数えた和にほかならない。

付録 A 記号一覧

記号	意味	初出
$\Lambda = 4\pi G$	ガウス定数 ($SF = \Lambda Mm$)	第 2 節
S, S_{D-1}	境界面積、 D 次元境界の面積	第 2 節
$W = V_{n_h}/\ell_*^{n_h}$	隠れた胞数＝形の種類の多さ	第 3 節
$p_G = 1/W = G/G_*$	重力の確率（弱さ）	第 3 節
$I_G = -\log p_G = \log W$	重力の情報量	第 3 節
$\alpha_G = Gm_p^2/\hbar c$	観測される弱さ	第 6 節
ℓ_s, g_s, Φ	弦長、弦結合、ディラトン ($g_s = e^\Phi$)	第 6 節
$\ell_{11}, R_{11}, W_{11}$	11 次元 Planck 長、M 円、11 次元胞数	第 6 節
n	事象の種類の数	第 8 節
$d_P = 2n$	確率次元（振幅空間 $\mathbb{C}^n$ の実次元）	第 8 節
$d_P^{(1)} = 2$	一事象あたりの確率次元（面積）	第 15 節
d_I	情報量次元（空間で 3、時空で 4）	第 8 節
$D = d_I + d_P$	次元	第 8 節
Δ^{n-1}, T^n	確率単体、位相トーラス（無償・知識）	第 8 節
$\mathcal{L}$	対数航行（柱の総体積＝エントロピー）	第 5 節
$p_* = 1/2$	臨界確率（公正なコイン）	第 15 節

参考文献

- [1] 高橋俊樹「期待の複素表現による人工知能の評価関数」高橋数理研究所、2026 年 7 月 14 日.
- [2] 高橋俊樹「複素情報理論の基礎——期待の複素表現の力学的拡張」高橋数理研究所、2026 年 7 月 17 日 (7 月 18 日改訂) .
- [3] 高橋俊樹「確率の面積性と対数航行による複素エントロピーの構成——ホログラフィ・量子もつれ・ゲージ原理・複素対数の流出・ニューラルネット・注意温度を貫く導出」高橋数理研究所、2026 年 7 月.
- [4] 高橋俊樹「複素情報量の構成論——二重重みによる拡張と、対数航行によるゼータの捻り」高橋数理研究所、2026 年 8 月.
- [5] T. Takahashi, The Polygon Graph and the Conservation of Exponential Cost, Takahashi Mathematics Laboratory, 2026.
- [6] 高橋俊樹「興味ゲイン γ : 驚きの前提としての半径操作」高橋数理研究所、2026.
- [7] J. D. Bekenstein, Black Holes and Entropy, Phys. Rev. D **7** (1973) 2333.
- [8] S. W. Hawking, Particle Creation by Black Holes, Commun. Math. Phys. **43** (1975) 199.
- [9] G. 't Hooft, Dimensional Reduction in Quantum Gravity, arXiv:gr-qc/9310026 (1993).
- [10] L. Susskind, The World as a Hologram, J. Math. Phys. **36** (1995) 6377.
- [11] J. Maldacena, The Large N Limit of Superconformal Field Theories and Supergravity, Adv. Theor. Math. Phys. **2** (1998) 231.
- [12] S. Ryu, T. Takayanagi, Holographic Derivation of Entanglement Entropy, Phys. Rev. Lett. **96** (2006) 181602.
- [13] N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos, G. Dvali, The Hierarchy Problem and New Dimensions at a Millimeter, Phys. Lett. B **429** (1998) 263.
- [14] A. Strominger, S.-T. Yau, E. Zaslow, Mirror Symmetry is T -Duality, Nucl. Phys. B **479** (1996) 243.
- [15] M. B. Green, J. H. Schwarz, E. Witten, Superstring Theory, Cambridge Univ. Press, 1987.
- [16] E. Witten, String Theory Dynamics in Various Dimensions, Nucl. Phys. B **443** (1995) 85.
- [17] J. L. Cardy, Is There a c -Theorem in Four Dimensions?, Phys. Lett. B **215** (1988) 749.
- [18] C. E. Shannon, A Mathematical Theory of Communication, Bell Syst. Tech. J. **27** (1948) 379–423.